



## Ergänzungsblatt 10

### Aufgabe 1

Analog zur Definition von  $M_w$  bezeichne in dieser Aufgabe  $F_w$  die durch das Wort  $w \in \{0, 1\}^*$  codierte boolesche Formel.

1. Zeigen Sie, dass folgende Sprache **coNP**-vollständig bezüglich  $\leq_p$  ist:

$$\text{UNSAT} = \{w \mid F_w \text{ ist unerfüllbar}\}.$$

2. Die Komplexitätsklasse **DP** (*Difference Polynomial-Time*) sei wie folgt definiert:

$$\text{DP} = \{A \setminus B \mid A, B \in \text{NP}\}.$$

- (a) In welcher Beziehung stehen die den Klassen **DP**, **NP** und **coNP** zueinander?
- (b) Geben Sie eine bezüglich  $\leq_p$  **DP**-vollständige Sprache an und beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Antwort.

### Aufgabe 2

Eine *starke Zusammenhangskomponente* (engl. *strongly-connected component*) eines gerichteten Graphen ist eine maximale Teilmenge  $C$  der Knoten, sodass jeder Knoten aus  $C$  von jedem anderen Knoten aus  $C$  erreichbar ist.

Zeigen Sie, dass das folgende Entscheidungsproblem **NL**-vollständig bezüglich  $\leq_{\log}$  ist:

#### SCC

**Eingabe:** Ein gerichteter Graph  $G = (V, E)$  und eine Zahl  $k \in \mathbb{N}$ .

**Frage:** Enthält  $G$  genau  $k$  starke Zusammenhangskomponenten?

*Hinweis:* Sie dürfen die **NL**-Vollständigkeit des folgenden Problems annehmen:

#### GAP

**Eingabe:** Ein gerichteter Graph  $G = (V, E)$  und zwei Knoten  $s, t \in V$ .

**Frage:** Gibt es in  $G$  einen Pfad von  $s$  nach  $t$ ?

Diese wird in Vorlesungseinheit 39 bewiesen.