Ergänzungsblatt 15

Zu den Modulprüfungen vom Wintersemester 2017 und vom Sommersemester 2018 werden Lösungen zur Verfügung gestellt (siehe Präsenzaufgaben 8 und 9). Dies wird bei den Modulprüfungen vom Wintersemester 2018 und vom Sommersemester 2019 jedoch nicht der Fall sein. Grund hierfür sind institutsinternen Regelungen, die ich respektiere und die einen (für mich auch nachvollziehbaren) didaktischen Zweck erfüllen.

Wer gewissenhaft gelernt hat, sollte in der Regel in der Lage sein, die Korrektheit der eigenen Lösungen zu erkennen. Wer jeoch bei schwierigeren Aufgaben nach längerem Überlegen auf keinen Lösungsansatz kommt oder sich über die Korrektheit der eigenen Lösung nicht sicher ist, kann sehr gerne jederzeit zu mir ins Büro (1.112) kommen.

Viel Erfolg für die Prüfungen, schöne und erholsame Ferien und viel Spaß im weiteren Verlauf des Studiums!

Vorbereitungsaufgaben

Keine Vorbereitungsaufgaben.

Präsenzaufgaben

Präsenzaufgabe 1

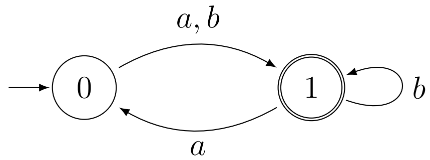
Welche Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ wird von $G = (\{S, T\}, \Sigma, P, S)$ mit

$$P = \{S \to aTTb, T \to bSa \mid \varepsilon\}$$

erzeugt? Beweisen Sie Ihre Antwort!

Präsenzaufgabe 2

Seien $\Sigma = \{a, b\}$ ein Alphabet und M der folgende DFA über Σ:



Mit L bezeichnen wir die von M akzeptierte Sprache. Wie üblich seien R_L die Myhill-Nerode Relation und $\equiv_L$ die syntaktische Kongruenz bezüglich L.

1. Geben Sie eine möglichst einfache Mengendarstellung für L an.
2. Geben Sie für jede Klasse in
   (a) Σ^*/R_L
   (b) $\Sigma^*/\equiv_L$

   den längen-lexikographisch kleinsten Vertreter an.
3. Geben Sie die Verknüpfungstafel von $\mathrm{Synt}(L)$ an.
4. Ist $\mathrm{Synt}(L)$ kommutativ?
5. Ist $\mathrm{Synt}(L)$ eine Gruppe?

Präsenzaufgabe 3

Für Alphabete Σ und Γ nennen wir $\varphi\colon \Sigma^* \to \Gamma^*$ einen *Homomorphismus*, wenn gilt:

$$\forall x, y \in \Sigma^*\colon \varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y).$$

Dann gilt $\varphi(a_1 \dots a_n) = \varphi(a_1) \dots \varphi(a_n)$ für alle $a_1, \dots, a_n \in \Sigma$. Da das leere Produkt als ε definiert ist, entspricht das für $n = 0$ genau der Gleichung $\varphi(\varepsilon) = \varepsilon$.

1. Seien Σ und Γ zwei Alphabete und $\varphi\colon \Sigma^* \to \Gamma^*$ ein Homomorphismus. Welche der folgenden Aussagen gelten für beliebige reguläre Sprachen $A \subseteq \Sigma^*$ und $B \subseteq \Gamma^*$?

   (a) $\varphi(A)$ ist regulär.
   (b) $\varphi^{-1}(B)$ ist regulär.
   (c) $B \subseteq \varphi(\varphi^{-1}(B))$.
   (d) $\varphi(\varphi^{-1}(B)) \subseteq B$.
   (e) $A \subseteq \varphi^{-1}(\varphi(A))$.
   (f) $\varphi^{-1}(\varphi(A)) \subseteq A$.

2. Für ein $m \geq 1$ sei $\Sigma = \{a_1, \dots, a_m\}$ ein m-elementiges Alphabet und L die Sprache

   $$L = \left\{ a_1^n a_2^{n^2} a_3^{n^3} \dots a_m^{n^m} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}$$

   über Σ. Zeigen Sie, dass L genau dann regulär ist, wenn $m = 1$ gilt.
3. Sei L eine reguläre Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie, dass

   $$L' = \{ucv \mid uv \in L\}$$

   über dem Alphabet $\Sigma' = \{a, b, c\}$ ebenfalls regulär ist.

Präsenzaufgabe 4

Seien Σ ein Alphabet und L eine reguläre Sprache über Σ. Zeigen Sie, dass folgende Sprachen auch regulär sind.

1. $A = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in L\colon x \text{ ist Präfix von } y\}$
2. $B = \{y \in \Sigma^* \mid \exists x \in L\colon x \text{ ist Präfix von } y\}$

Präsenzaufgabe 5

Seien $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet und L folgende Sprache über Σ:

$$L = \left\{ a^k b^\ell c^m \,\middle|\, 2k = 3m \vee \ell \neq m \right\}.$$

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G für L an.
2. Geben Sie einen PDA M für L an.

Präsenzaufgabe 6

Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit folgenden Produktionen:

$$\begin{aligned} S &\to A \mid ba \\ A &\to BA \mid a \\ B &\to BA \mid b. \end{aligned}$$

Geben Sie eine zu G äquivalente Grammatik G' in Greibach-Normalform an.

Präsenzaufgabe 7

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L = \{\alpha\#\beta \mid \alpha, \beta \in \{a, b\}^* \wedge \alpha \text{ ist Infix von } \beta\}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, \#\}$ nicht kontextfrei ist.

Präsenzaufgabe 8

Modulprüfung *Theoretische Informatik I* vom Wintersemester 2017. Verfügbar unter:

`https://fmi.uni-stuttgart.de/files/ti/teaching/exams/TI1-2017-WS.pdf`

Präsenzaufgabe 9

Modulprüfung *Theoretische Informatik I* vom Sommersemester 2018. Verfügbar unter:

`https://fmi.uni-stuttgart.de/files/ti/teaching/exams/TI1-2018-SS.pdf`

Präsenzaufgabe 10

Modulprüfung *Theoretische Informatik I* vom Wintersemester 2018. Verfügbar unter:

`https://fmi.uni-stuttgart.de/files/ti/teaching/exams/TI1-2018-WS.pdf`

Präsenzaufgabe 11

Modulprüfung *Theoretische Informatik I* vom Sommersemester 2019. Verfügbar unter:

`https://fmi.uni-stuttgart.de/files/ti/teaching/exams/TI1-2019-SS.pdf`

Knobelaufgaben

Keine Knobelaufgaben.