Ergänzung 8

Aufgabe 1 (Präsenzaufgabe):
Seien Σ ein Alphabet und $(M, \circ)$ ein Monoid. Dann lässt sich jede Funktion $\varphi\colon \Sigma \to M$ eindeutig in einen Monoidhomomorphismus $\hat{\varphi}$ zwischen $(\Sigma^*, \cdot)$ und $(M, \circ)$ mit $\hat{\varphi}(x) = \varphi(x)$ für alle $x \in \Sigma$ erweitern.

In dieser Aufgabe seien $\Sigma = \{a, b, c\}$, $M = \{-1, 0, 1\}$ und $\varphi\colon \Sigma \to M$ mit $\varphi(a) = -1$, $\varphi(b) = 0$ und $\varphi(c) = 1$ fest und die Monoidoperation $\circ$ sei die gewöhnliche Multiplikation $\cdot$ von Zahlen.

1. Geben Sie die Verknüpfungstafel von $(M, \cdot)$ an.
   (a) Ist $(M, \cdot)$ ein Monoid?
   (b) Ist $(M, \cdot)$ eine Gruppe?
2. Geben Sie die oben beschriebene Erweiterung $\hat{\varphi}$ von φ an und zeigen Sie, dass $\hat{\varphi}$ tatsächlich ein Monoidhomomorphismus zwischen $(\Sigma^*, \cdot)$ und $(M, \cdot)$ ist.
3. Welche Sprachen $L \subseteq \Sigma^*$ werden von $(M, \cdot)$ mit obigem $\hat{\varphi}$ erkannt?

Aufgabe 2 (Präsenzaufgabe):
Beantworten Sie folgende Fragen.

1. Welche Charakterisierungen kennen wir für reguläre Sprachen?
2. Welche Methoden haben wir kennengelernt, um zu zeigen, dass eine Sprache L
   (a) regulär ist?
   (b) nicht regulär ist?

Aufgabe 3:
Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei und welche nicht? Beweisen Sie Ihre Antworten.

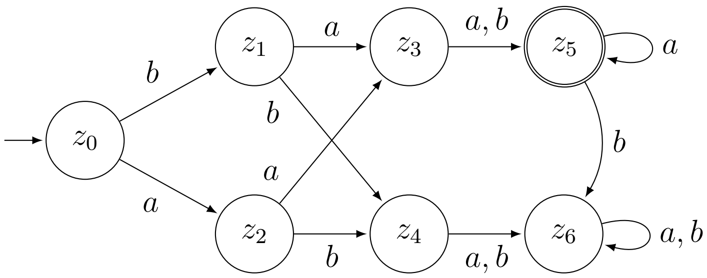
1. $L = \left\{a^k b^l \,\middle|\, k < l\right\}$ über $\Sigma = \{a, b\}$
2. $L = \left\{a^k b^l c^m \,\middle|\, k < l < m\right\}$ über $\Sigma = \{a, b, c\}$
3. $L = \{a^{m \cdot n} \mid m, n \geq 2\}$ über $\Sigma = \{a\}$

Zusatzaufgaben:

4. $L = \left\{a^{m^2-1} \,\middle|\, m \geq 1\right\}$ über $\Sigma = \{a\}$
5. $L = \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$ über $\Sigma = \{a, b\}$
6. $L = \left\{w \in \Sigma^* \,\middle|\, w = w^R\right\}$ über $\Sigma = \{a, b\}$

Erinnerung: w^R ist das zu w gespiegelte Wort, z. B. $(abc)^R = cba$.

Aufgabe 4 (Zusatzaufgabe):
Minimieren Sie den folgenden DEA M mit dem in Einheit 15 vorgestellten Algorithmus.



Geben Sie anschließend einen regulären Audruck γ für $T(M)$ an.