Ergänzung 10

Aufgabe 1 (Präsenzaufgabe):
Geben Sie für jede der folgenden Sprachen graphisch einen DPDA an. Sie dürfen auf die konkrete Benennung der Zustände verzichten.

1. $L = \left\{a^k b^l c^k \,\middle|\, k, l \in \mathbb{N}\right\}$ über $\Sigma = \{a, b, c\}$
2. $L = \left\{w\$w^R \,\middle|\, w \in \{a, b\}^*\right\}$ über $\Sigma = \{a, b, \$\}$
3. $L = \left\{a^k b^{2k} \,\middle|\, k \in \mathbb{N}\right\}$ über $\Sigma = \{a, b\}$
4. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \leq |w|_b\}$ über $\Sigma = \{a, b\}$
5. $L = \left\{a^k b^l c^m \,\middle|\, k, l, m \in \mathbb{N} \wedge l = k + m\right\}$ über $\Sigma = \{a, b, c\}$

Hinweis: Beachten Sie, dass DPDAs stets durch Endzustand akzeptieren.

Aufgabe 2 (Präsenzaufgabe):
Sei $\Sigma = \{a, b\}$ ein Alphabet. Aus Ergänzung 8, Aufgabe 3 wissen wir, dass

$$L = \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$$

nicht kontextfrei ist. Wir betrachten nun das Komplement $\overline{L} = \Sigma^* \setminus L$.

1. Geben Sie eine Mengendarstellung für $\overline{L}$ an.
2. Ist $\overline{L}$ kontextfrei?
3. Zeigen Sie, dass $\overline{L}$ nicht deterministisch kontextfrei ist.

Aufgabe 3 (Präsenzaufgabe):
Sie sind Professor(in) für theoretische Informatik und erklären in der Vorlesung, dass der Beweis dafür, dass die Klasse der deterministisch kontextfreien Sprachen abgeschlossen gegen Komplement ist, nicht so einfach ist.

Nach der Vorlesung kommt ein Student zu Ihnen und behauptet, es sei doch ganz einfach: Man sollte zu einem gegebenen DPDA M nur einen Fangzustand hinzufügen, damit

$$\forall a \in \Sigma, z \in Z, A \in \Gamma\colon |\delta(z, a, A)| + |\delta(z, \epsilon, A)| = 1$$

gilt, dann alle End- und Nichtendzustände vertauschen und schon hätte man einen DPDA M' für das Komplement.

Wie reagieren Sie darauf?

Aufgabe 4 (Knobelaufgabe):
Sei L eine Sprache über einem Alphabet Σ. Zeigen Sie: L wird genau dann von einem DPDA durch leeren Keller akzeptiert, wenn sie von einem DPDA durch Endzustand akzeptiert wird und für alle $u \in L$ gilt: es gibt kein $v \in \Sigma^+$ mit $uv \in L$.