Ergänzung 14

Zusätzlich zu Aufgabe 1 werden in dieser Ergänzung die Modulprüfung vom Sommersemester 2017 sowie die diesjährige Scheinklausur besprochen.

Auf Wunsch von einigen, gibt es auf diesem Blatt eine Zusatzaufgabe zu TMs und eine zu DPDAs.

Aufgabe 1 (Präsenzaufgabe):
Seien $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit $P = \{S \to \epsilon \mid aSbS \mid bSaS\}$ und

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$$

eine Sprache.

1. Zeigen Sie: $L(G) \subseteq L$.
2. Zeigen Sie: $L \subseteq L(G)$.

Aufgabe 2 (Zusatzaufgabe):
Geben Sie für jede der folgenden Sprachen graphisch einen DPDA an. Sie dürfen auf die konkrete Benennung der Zustände verzichten.

1. $L = \left\{a^k b^l \;\middle|\; k \neq l\right\}$ über $\Sigma = \{a, b\}$
2. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b\}$ über $\Sigma = \{a, b\}$

Hinweis: Beachten Sie, dass DPDAs stets durch Endzustand akzeptieren.

Aufgabe 3 (Zusatzaufgabe):
Eine partielle Funktion $f\colon A \to_p B$ ist eine Funktion $f\colon A' \to B$ von einer Teilmenge A' von A nach B. Beispielsweise ist $f\colon \mathbb{R} \to_p \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{1}{x}$ zwar eine partielle Funktion, aber keine Funktion, da f an der Stelle 0 nicht definiert ist.

Die von einer DTM $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \Box, E)$ berechnete partielle Funktion f_M sei $f_M : \Sigma^* \to_p \Sigma^*$ mit

$$f_M(u) = v \iff \{w \in \Sigma^* \mid \exists z \in E\colon z_0 u \vdash^* zw\} = \{v\}$$

für alle $u, v \in \Sigma^*$.

Sei nun M die DTM $M = (\{p, q, r, s, t\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \Box\}, \delta, p, \Box, \{t\})$ mit der folgenden Überführungsfunktion δ:

z	$\delta(z, 0)$	$\delta(z, 1)$	$\delta(z, \Box)$
p	$(p, \Box, R)$	$(q, 1, R)$	$(t, 1, N)$
q	$(q, 0, R)$	$(q, 1, R)$	$(r, \Box, L)$
r	$(s, 1, L)$	$(r, 0, L)$	$(t, 1, N)$
s	$(s, 0, L)$	$(s, 1, L)$	$(t, \Box, R)$
t	$(t, 0, N)$	$(t, 1, N)$	$(t, \Box, N)$

1. Bestimmen Sie $f_M(10)$, $f_M(1011)$, $f_M(111)$ und $f_M(00000)$.
2. Geben Sie eine möglichst einfache Charakterisierung von f_M an.