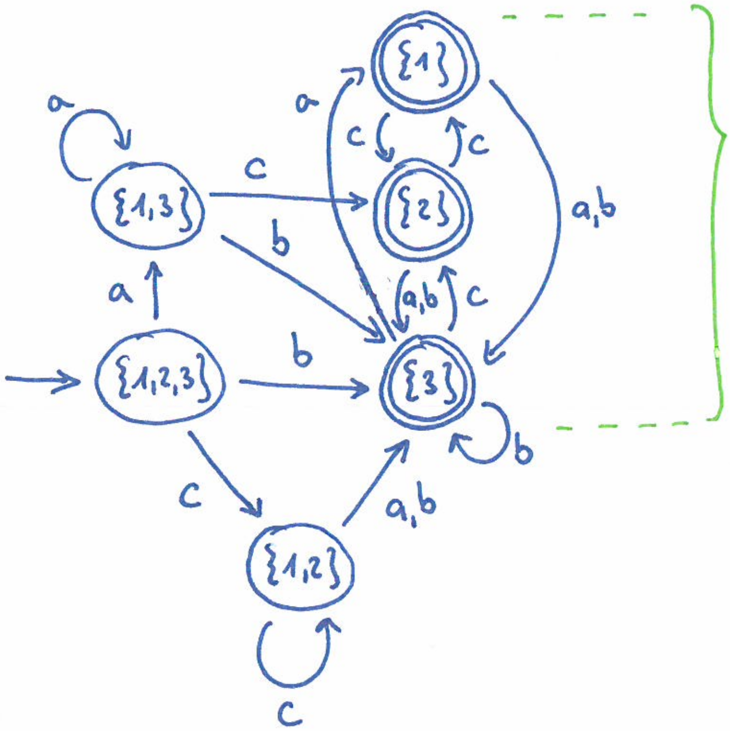
TI1-Ergänzung 5

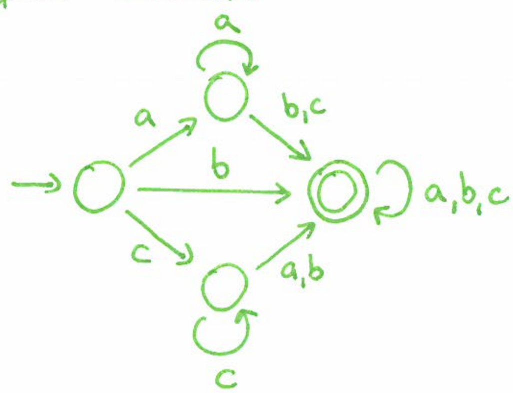
A1

1. abc, aacc, cab $\in$ sync(M), aber aaa $\notin$ sync(M).

2.



Die Zustände {1}, {2} und {3} könnten auch zu einem Endzustand zusammengefasst werden:



3. Sei $M=(Z,\Sigma,\delta,z_0,E)$ ein beliebiger DEA. Definiere (analog zur Potenzmengenkonstruktion) den DEA $M'=(\mathcal{P}(Z),\Sigma,\delta',Z,E')$ mit:

- $\delta'(Z',a)=\bigcup\limits_{z\in Z'}\{\delta(z,a)\}$ für alle $Z'\subseteq Z$, $a\in\Sigma$ und
- $E'=\{\{z\}\mid z\in Z\}$.

Dann gilt für ein beliebiges $w \in \Sigma^*$:

$$w \in T(M') \overset{F.07.8}{\iff} \hat{\delta}'(z,w) \in E'$$

$$\iff \exists z \in Z: \underbrace{\hat{\delta}'(Z,w)}_{= \bigcup_{z' \in Z} \{\hat{\delta}(z',w)\}} = \{z\}$$

, analog zu Folie 09.7

$$\iff \exists z \in Z: \forall z' \in Z: \hat{\delta}(z',w) = z. \qquad \square$$

$\boxed{A2}$ (s. Folien 11.7 und 11.8)

$\alpha^k_{i,j}$: Regulärer Ausdruck für die Menge aller Wörter w mit $\hat{\delta}(i,w) = j$, sodass für alle „Zwischenzustände" m (ausgenommen i und j) gilt: $m \leq k$. Gilt $|Z| = n$ und $E = \{j_1, \dots, j_m\}$, dann ist $\gamma = \alpha^n_{1,j_1} | \dots | \alpha^n_{1,j_m}$.

$\underline{k=0}$

- $\alpha^0_{1,1} = b|\varepsilon$
- $\alpha^0_{1,2} = a$
- $\alpha^0_{2,1} = a|b$
- $\alpha^0_{2,2} = \varepsilon$

Allgemein für $k=0$:

$$\alpha^0_{i,j} = \begin{cases} a_1|\dots|a_\ell & \text{für } i \neq j \\ a_1|\dots|a_\ell|\varepsilon & \text{für } i = j, \end{cases}$$

wobei $\{a \in \Sigma \mid \delta(i,a) = j\} = \{a_1, \dots, a_\ell\}$

$\underline{k=1}$

- $\alpha^1_{1,1} = (b|\varepsilon) | (b|\varepsilon)(b|\varepsilon)^*(b|\varepsilon) \equiv b^*$
- $\alpha^1_{1,2} = a \,|\, (b|\varepsilon)(b|\varepsilon)^* a \equiv a | b^* a \equiv b^* a$
- $\alpha^1_{2,1} = (a|b) \,|\, (a|b)(b|\varepsilon)^*(b|\varepsilon) \equiv (a|b) \,|\, (a|b) b^* \equiv (a|b) b^*$
- $\alpha^1_{2,2} = \varepsilon \,|\, (a|b)(b|\varepsilon)^* a \equiv \varepsilon \,|\, (a|b) b^* a$

n

$\underline{k=2}$

- $\alpha^2_{1,1}$ ist nicht relevant, da $1 \notin E$

- $\alpha^2_{1,2} = b^*a \mid b^*a\,(\varepsilon \mid (a|b)b^*a)^*(\varepsilon \mid (a|b)b^*a)$

$\equiv b^*a \mid b^*a\,((a|b)b^*a)^*$

$\equiv b^*a\,((a|b)b^*a)^* \;=: \underline{\underline{\gamma}}$

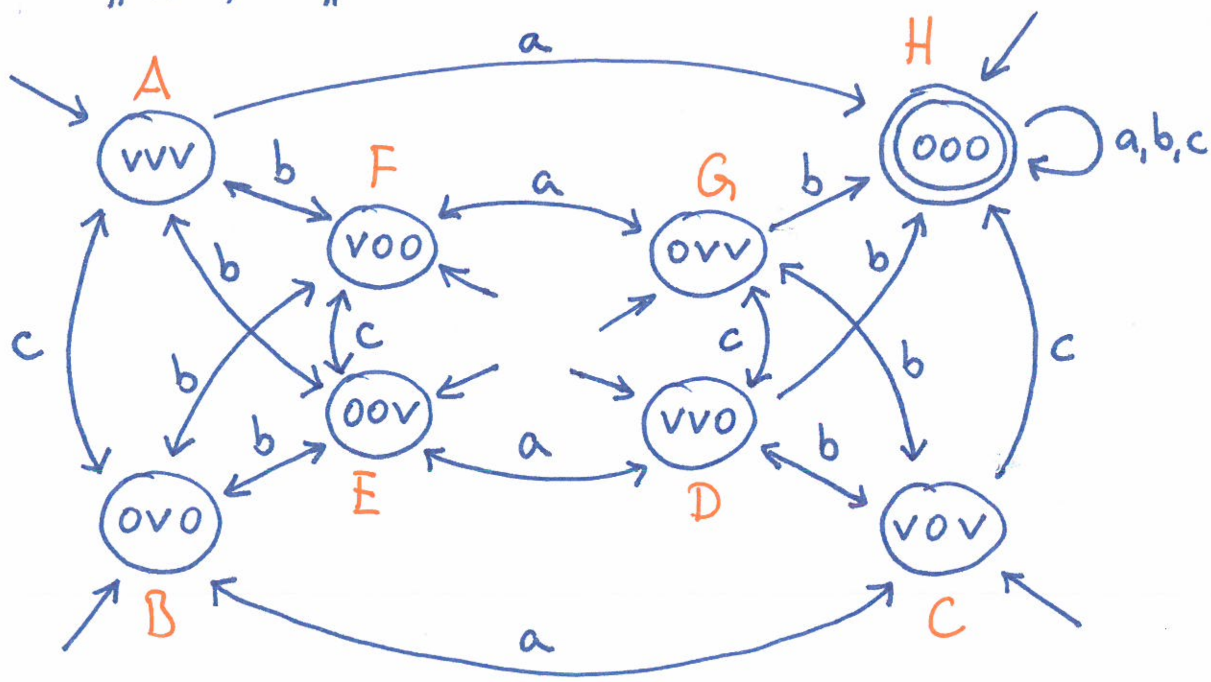
- $\alpha^2_{2,1}$
- $\alpha^2_{2,2}$

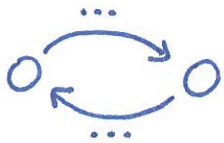
$\Big\}$ nicht relevant, da 2 nicht der Startzustand ist.

$\boxed{A3}$

1. o = „offen", v = „verschlossen"

M:



ist kurz für


2. Aus Platzgründen mit A,…,H statt vvv,…,ooo (s. Buchstaben in orange).

<u>Vermutung</u>: $s = \underbrace{aca}\,b\,\underbrace{aca}$.

auch cac statt aca möglich

Überprüfung:

Berechne $\hat{\delta}'(\{A,\dots,H\}, s)$ im DEA des Satzes von Rabin und Scott.

$$
\begin{aligned}
\hat{\delta}'(\{A,\dots,H\}, acabaca)
&= \hat{\delta}'(\{B,\dots,H\}, cabaca) \\
&= \hat{\delta}'(\{A,D,\dots,H\}, abaca) \\
&= \hat{\delta}'(\{D,\dots,H\}, baca) \\
&= \hat{\delta}'(\{A,B,C,H\}, aca) \\
&= \hat{\delta}'(\{B,C,H\}, ca) \\
&= \hat{\delta}'(\{A,H\}, a) \\
&= \{H\}.
\end{aligned}
$$

$\Longrightarrow$ Wir gewinnen mit Sicherheit!

acabaca ist dann eine Art synchronisierendes Wort bezüglich M, obwohl der Begriff nur für DEAs benutzt wird.

$\boxed{A4}$

1. $\varepsilon, ab, abab, ababab, abababab \in L(\gamma)$,

   $a, b, aa, ba, bb \notin L(\gamma)$.

2. $\varepsilon, aa, bb, aabb, bbaa \in L(\gamma)$,

   $a, b, ab, ba, aaa \notin L(\gamma)$.

3. $a, ab, ba, aa, aaa \in L(\gamma)$,

   $\varepsilon, b, bb, bbb, bbbb \notin L(\gamma)$.

4. $\varepsilon, a, b, ab, aa \in L(\gamma)$,

   $ba, baa, bab, aba, bba \notin L(\gamma)$.

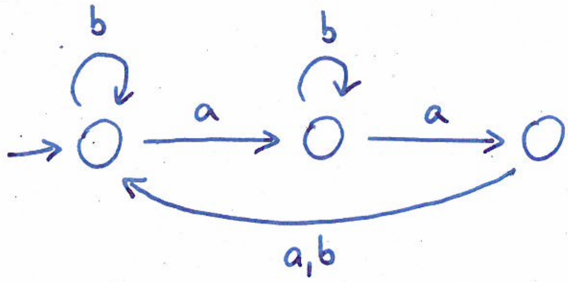
5. $L(\gamma) = \Sigma^*$.

6. $\varepsilon, a, b, aa, ab \in L(\gamma)$,

   $aaa, aba, aaaa, aaab, abab \notin L(\gamma)$.

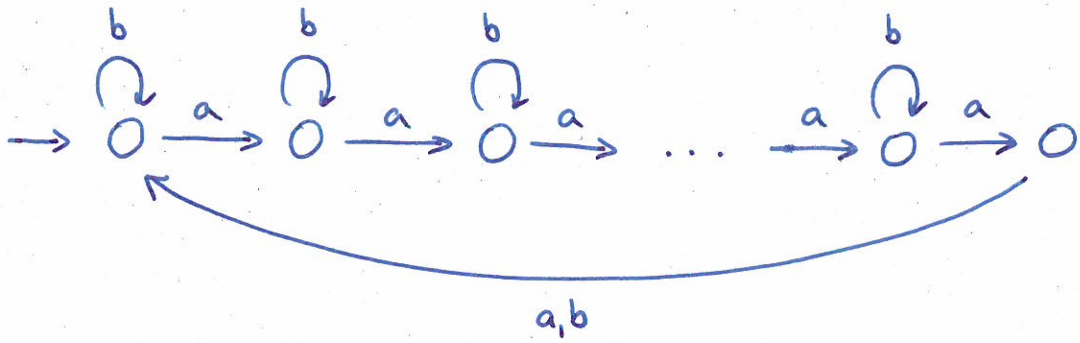
$\boxed{A5}$

Für $n=3$:



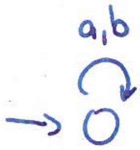
$w = baab$ mit $|w|=4$.

Allgemein $(n \geq 2)$:



$w = (ba^{n-1})^{n-2}b$ mit $|w| = (1+(n-1))\cdot(n-2)+1$

$= n^2-2n+1 = (n-1)^2$.

Für $n=1$ nimmt man  mit $w = \varepsilon$.