# TI 1 - Ergänzung 9

**A1** Seien $a =$ , $b =$ , $c =$ , $d =$ , $e =$  und $f =$ .

1. $L$ ist nicht kontextfrei. Betrachte die Substitution (= den Homomorphismus, vgl. Aufgabe 4 auf Blatt 4) $\varphi: \{a,b,c,d,e,f\}^* \to \{a,b,c\}^*$ mit $u_a = a$, $u_b = a$, $u_c = b$, $u_d = c$, $u_e = c$, $u_f = \varepsilon$. Dann gilt:

$$\varphi(L) = \{a^m b^m c^m \mid m \geq 1\}.$$

Wäre $L$ kontextfrei, so müsste auch $\varphi(L)$ kontextfrei sein, was nicht stimmt (Folie 23.1).

Deutsch Englisch

2. $L$ ist kontextfrei. KFG / CFG für $L$: $G = (\{S,T,U,V\}, \{a,b\}, P, S)$ mit

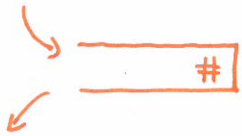
$$P = \{ S \to TU \mid UV \mid T \mid V,$$
$$T \to aT \mid a,$$
$$U \to aUb \mid ab,$$
$$V \to Vb \mid b \}.$$

3. $L$ ist regulär und somit auch kontextfrei. RA für $L$:

$$\gamma = (a^{237} \mid a^{158})^*.$$

Alternativ: CFG für $L$ angeben.

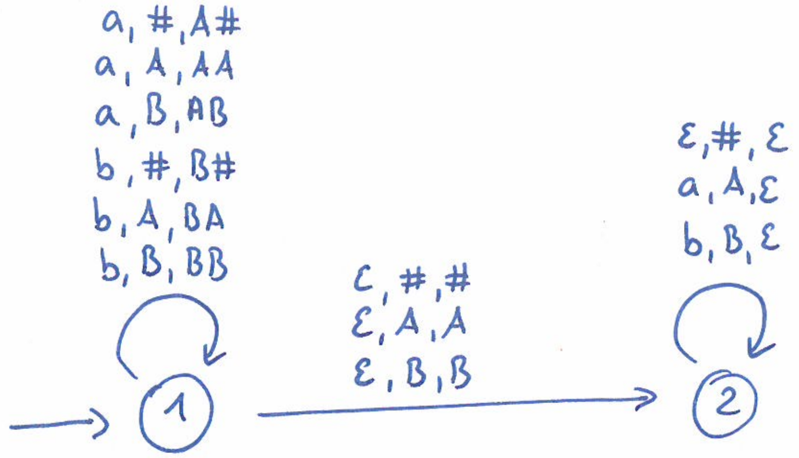
$\boxed{A2}$ Intuition: Stack liegt so:




1.

Graphisch:

M:




Formal: $M = (\{1,2\}, \{a,b\}, \{A,B,\#\}, \delta, 1, \#)$ mit:

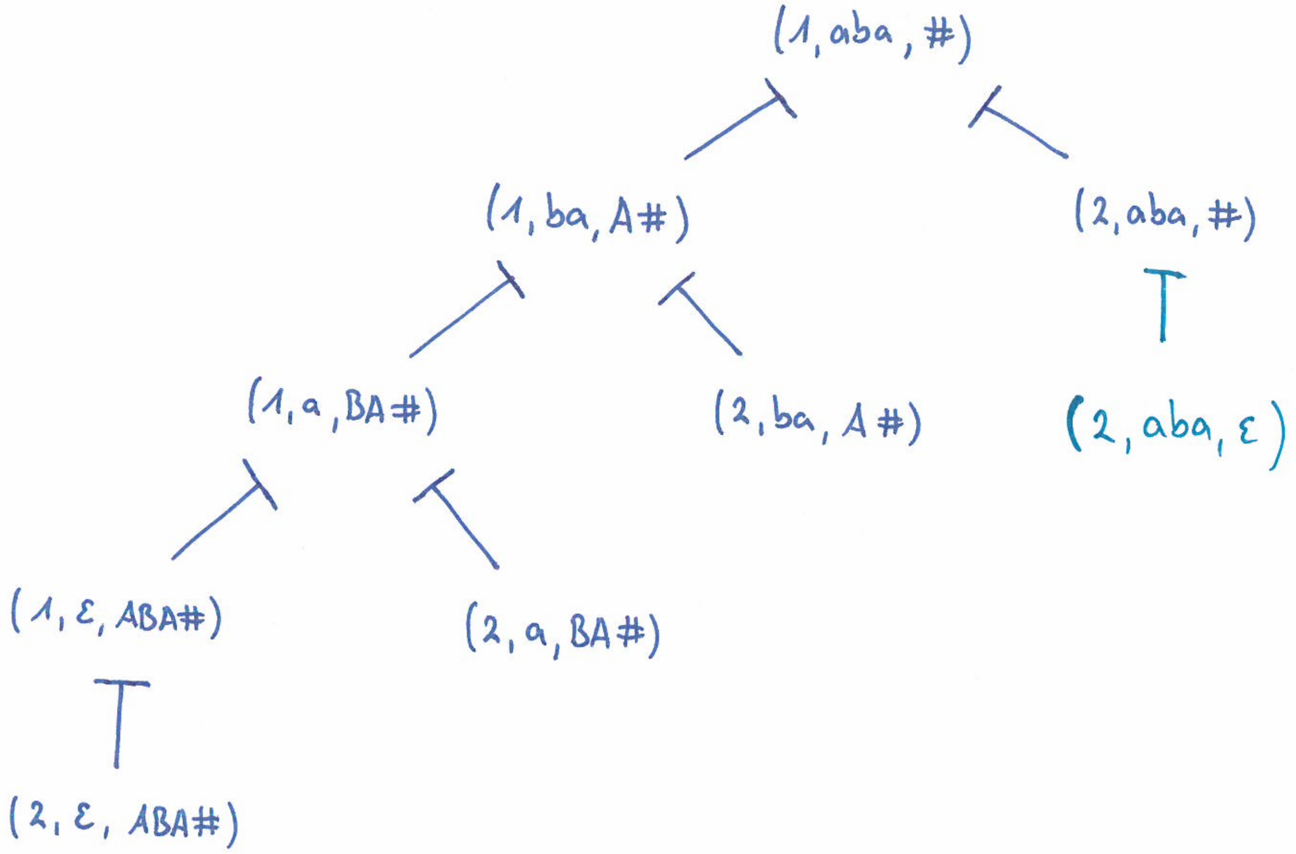
$$\delta(z,x,X) = \begin{cases} \{(1, AX)\}, & \text{falls } z=1 \wedge x=a \\ \{(1, BX)\}, & \text{falls } z=1 \wedge x=b \\ \{(2, X)\}, & \text{falls } z=1 \wedge x=\varepsilon \\ \{(2, \varepsilon)\}, & \text{falls } z=2 \wedge \big((x=\varepsilon \wedge X=\#) \\ & \quad \vee (x=a \wedge X=A) \vee (x=b \wedge X=B)\big) \\ \emptyset & \text{sonst.} \end{cases}$$

2. $(1, abba, \#) \vdash (1, bba, A\#) \vdash (1, ba, BA\#) \vdash (2, ba, BA\#)$

$\vdash (2, a, A\#) \vdash (2, \varepsilon, \#) \vdash (2, \varepsilon, \varepsilon)$

Wort fertig gelesen ↗ ↖ Stack leer

Baum aller von $(1, aba, \#)$ erreichbaren Konfigurationen:



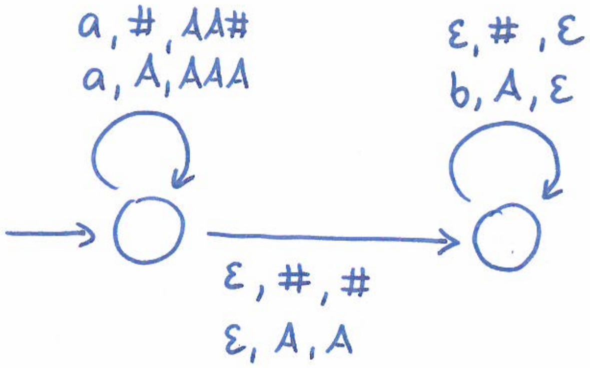

Keine davon hat die Form $(z, \varepsilon, \varepsilon)$ für ein $z \in \{1,2\}$.

3. Nein! Es gilt beispielsweise:

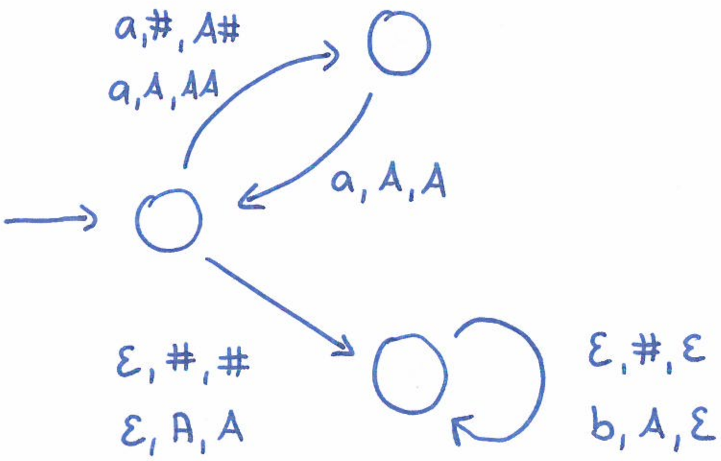
$$|\delta(1,a,\#)| + |\delta(1,\varepsilon,\#)| = 1 + 1 = 2$$

A3

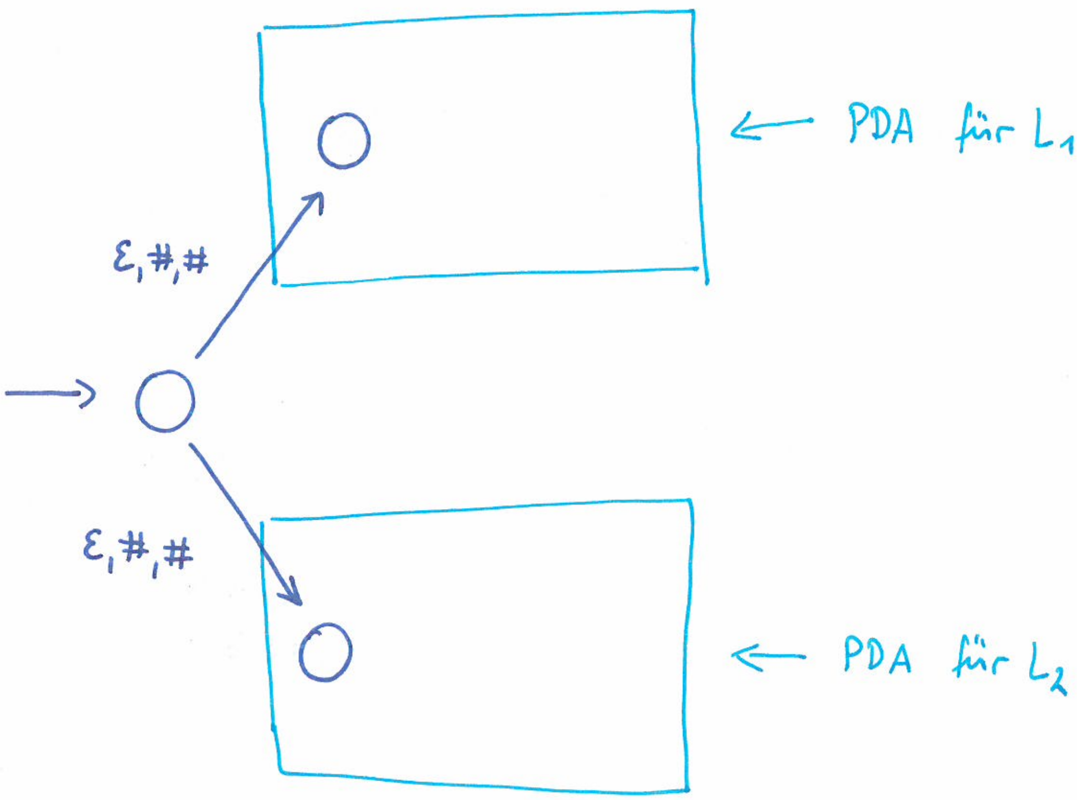
1.


a, #, AA#
a, A, AAA
ε, #, ε
b, A, ε
ε, #, #
ε, A, A

2.


a, #, A#
a, A, AA
a, A, A
ε, #, #
ε, A, A
ε, #, ε
b, A, ε

3.


ε, #, #
ε, #, #
PDA für L1
PDA für L2

$\boxed{A4}$

Sei $L$ kontextfrei.

$G = (V, \Sigma, P, S)$

F.21.1

$\Longrightarrow$ Es gibt eine CFG $G$ in Greibach-Normalform

mit $L(G) = L \setminus \{\varepsilon\}$.

F.18.6

$\Longrightarrow$ Jede Produktionsregel in $G$ hat die Form

$$A \to a B_1 \dots B_n \qquad \text{für } a \in \Sigma \text{ und } A, B_1, \dots, B_n \in V.$$

Definiere den PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$ mit:

- $Z = \{z_0\}$,
- $\Gamma = V$,
- $\# = S$ und
- $\delta$ mit

$$\delta(z_0, a, A) = \{(z_0, B_1 \dots B_n) \mid (A, aB_1 \dots B_n) \in P\}.$$

Falls $\varepsilon \in L$, füge $(z_0, \varepsilon)$ in $\delta(z_0, \varepsilon, \#)$ hinzu.

$\Longrightarrow$ $N(M) = L$. $\square$

## Illustratives Beispiel:

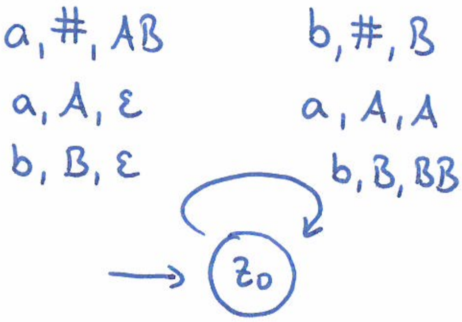
$G$:

$$P = \{\, S \to aAB \mid bB,\quad A \to a \mid aA,\quad B \to b \mid bBB \,\}$$

**Bsp.:** $S \Rightarrow_G aAB \Rightarrow_G aaB \Rightarrow_G aab$

$\rightsquigarrow$

$M$:




evtl. mit $\varepsilon, \#, \varepsilon$, falls $\varepsilon \in L$.

**Bsp.:**

$(z_0, aab, \#)$

$\vdash (z_0, ab, AB)$

$\vdash (z_0, b, B)$

$\vdash (z_0, \varepsilon, \varepsilon)$