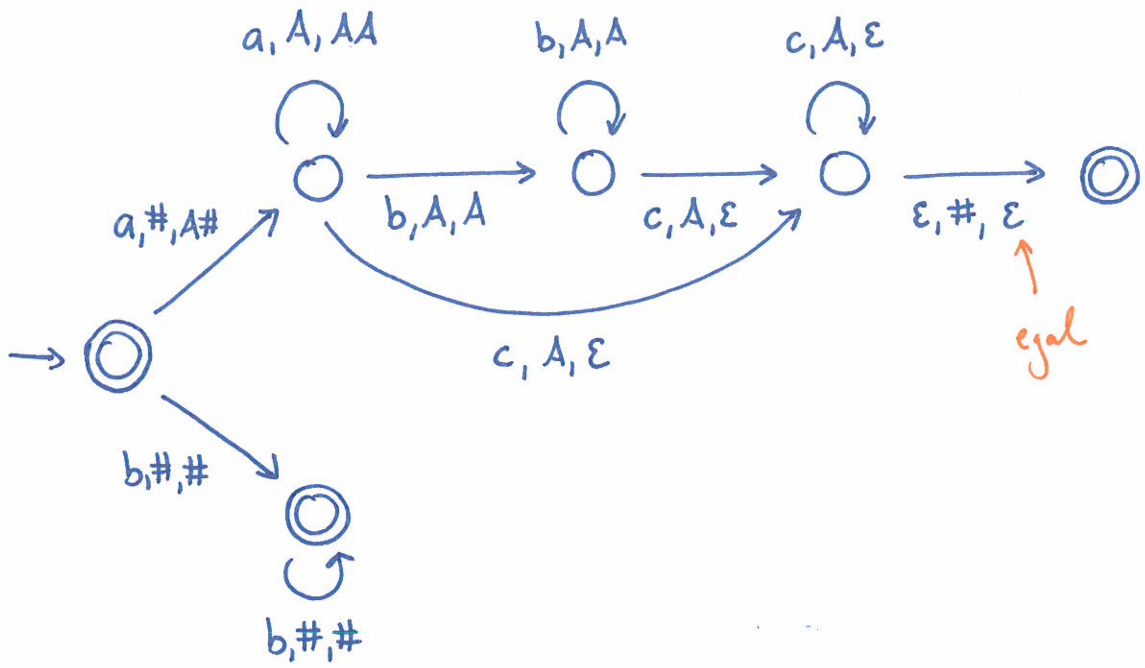
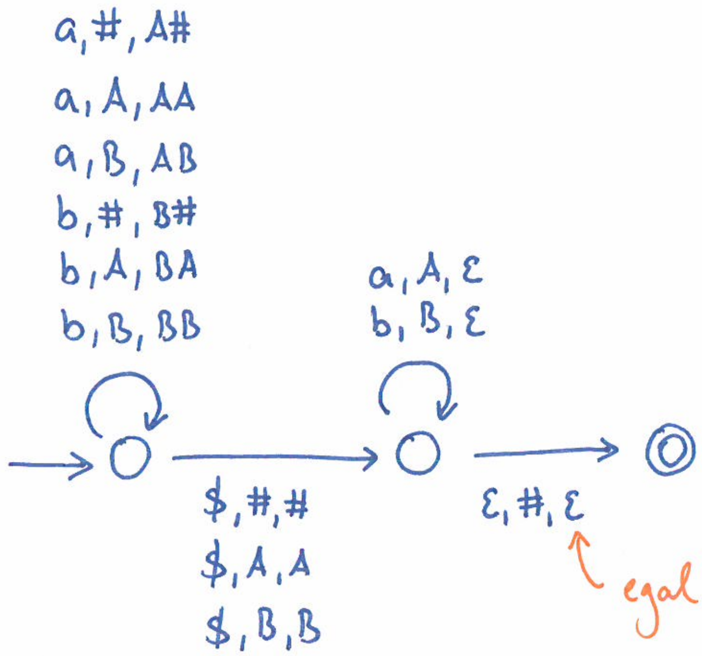
TI 1 - Ergänzung 10

A1

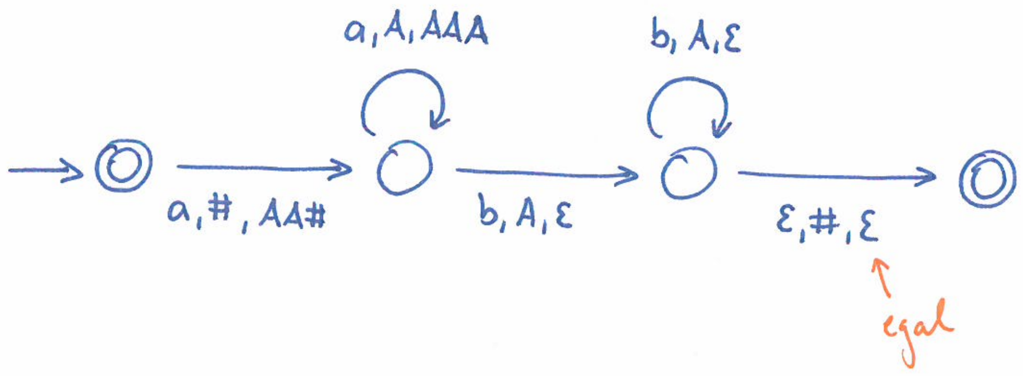
1.



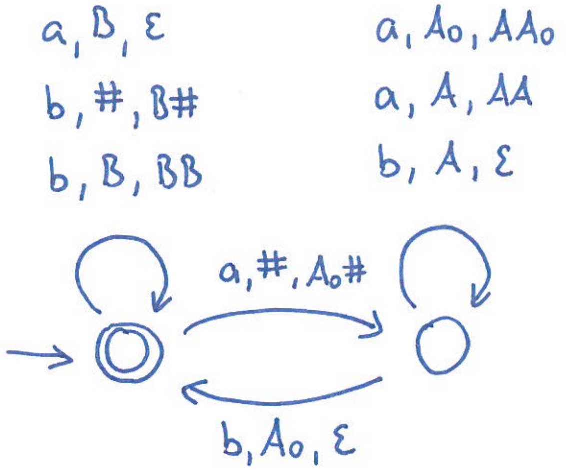
2.



3.

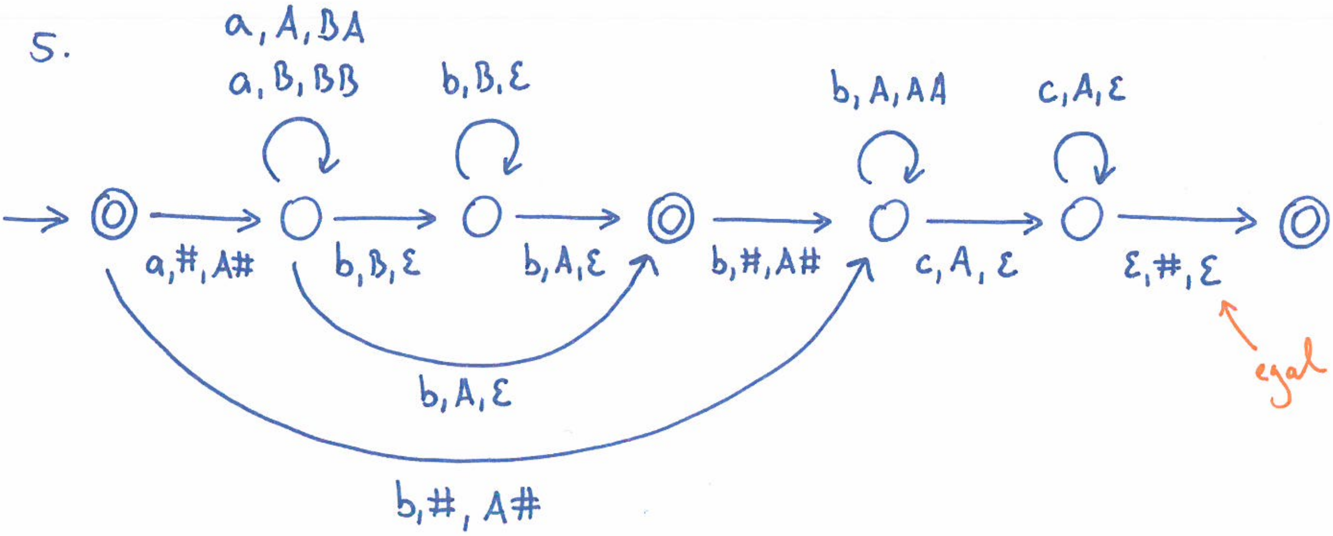


4.



a, B, ε
b, #, B#
b, B, BB
a, A₀, AA₀
a, A, AA
b, A, ε
a, #, A₀#
b, A₀, ε

5.



a, A, BA
a, B, BB
b, B, ε
b, A, AA
c, A, ε
a, #, A#
b, B, ε
b, A, ε
b, #, A#
c, A, ε
ε, #, ε
egal
b, A, ε
b, #, A#

$\boxed{A2}$

1. $\overline{L} = \{x \in \Sigma^* \mid \underbrace{\text{es gibt kein } w \in \Sigma^* \text{ mit } x = ww}_{\substack{\nexists w \in \Sigma^*:\ x = ww \\ \Longleftrightarrow\ \forall w \in \Sigma^*:\ x \neq ww}}\}$

2. $G = (\{S, T, U, V\}, \{a, b\}, P, S)$ mit:

$$P = \{\, S \to TU \mid UT \mid U \mid T,\quad T \to VTV \mid a,\quad U \to VUV \mid b,\quad V \to a \mid b \,\}$$

3. Die Klasse der deterministisch kontextfreien Sprachen ist abgeschlossen unter Komplement. Wäre also $\overline{L}$ deterministisch kontextfrei, dann müsste es auch $L = \overline{\overline{L}}$ sein, was aber nicht stimmt, da L nicht mal kontextfrei ist.

$\boxed{A3}$

Diese Argumentation hat zwei Haken:

1) Wörter, die von M nicht fertig gelesen werden (das sind solche, die zu einer Konfiguration der Form (z, w, ε) für $z \in Z$ und $w \in \Sigma^+$ führen), werden weder von M noch von M' akzeptiert.

2) Wörter, die von M fertig gelesen werden und danach ε-Übergänge zwischen End- und Nichtendzustände erlauben, werden sowohl von M als auch von M' akzeptiert.

Wir erklären das dem Studenten mit viel Empathie und Geduld.

$\boxed{A4}$

Zu zeigen ist:

$$\underbrace{\text{L wird von einem DPDA durch leeren Keller akzeptiert}}_{(1)} \iff \underbrace{\text{L wird von einem DPDA durch Endzustand akzeptiert}}_{(2)} \wedge \underbrace{\forall u \in L : \nexists v \in \Sigma^+ : uv \in L}_{(3)}.$$

<u>Beweis von (1) ⇒ (2):</u>

Sei $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$ ein DPDA, der L durch leeren Keller akzeptiert. Wähle 3 Symbole z_0', z_e und X mit $z_0', z_e \notin Z$ und $X \notin \Gamma$ und definiere einen DPDA $M' = (Z \cup \{z_0', z_e\}, \Sigma, \Gamma \cup \{X\}, \delta', z_0', \#)$ mit Endzustand z_e und

$$\delta'(z,a,A) = \begin{cases} \{(z_0, X\#)\}, & \text{falls } z = z_0',\ a = \varepsilon \text{ und } A = \# \\ \{(z_e, \varepsilon)\}, & \text{falls } a = \varepsilon \text{ und } A = X \\ \delta(z,a,A), & \text{falls } z \in Z,\ a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\} \text{ und } A \in \Gamma \\ \emptyset & \text{sonst.} \end{cases}$$

Dann wird L von M' durch Endzustand akzeptiert.

Beweis von (1) $\Rightarrow$ (3):

Sei M ein DPDA, der L durch leeren Keller akzeptiert, und u ein beliebiges Wort aus L. Gäbe es ein $v \in \Sigma^+$ mit $uv \in L$, dann würde es von M akzeptiert werden und es gäbe (da M deterministisch) eine Konfigurationsfolge der Form

$$(z_0, uv, \#) \vdash \ldots \vdash (z, v, \varepsilon) \vdash \ldots \vdash (z', \varepsilon, \varepsilon)$$

mit z_0 der Startzustand von M, z und z' beliebige Zustände und $\#$ das Kellerbottom-Symbol von M. $\lightning$

Beweis von $((2) \wedge (3)) \Rightarrow (1)$:

Sei M ein DPDA, der L durch Endzustand akzeptiert. Wegen (3) können wir davon ausgehen, dass M bei einer Berechnung nur dann einen Endzustand betritt, wenn das Wort fertig gelesen wurde (sonst würde M auch echte Präfixe von Wörtern aus L akzeptieren). Erweitert man die Zustandsübergangsfunktion so, dass M den Keller leert, sobald er sich in einem Endzustand befindet, so erhält man einen DPDA, der L durch leeren Keller akzeptiert.