Vorbereitung ohne Korrektur

Aufgabe 1: Normalformen

Gegeben ist die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit den Produktionsregeln:

$$P = \{ \quad S \to aBb \mid A, \quad A \to C \mid b, \quad C \to A \mid cBa, \quad B \to A \mid bB \mid aC \mid \varepsilon \quad \}$$

1. Wandeln Sie G in eine äquivalente Grammatik ohne ε-Regeln um.
2. Wandeln Sie Ihr Ergebnis in eine äquivalente Grammatik in Chomsky-Normalform um. Gehen Sie dabei schrittweise nach dem Algorithmus aus der Vorlesung vor und beschreiben Sie Ihr Vorgehen.

Gegeben ist die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit den Produktionsregeln:

$$P = \{ \quad S \to AB \mid b, \quad A \to AC \mid CB \mid b, \quad C \to CA \mid c, \quad B \to AC \mid CB \mid a \quad \}$$

Wandeln Sie G in eine äquivalente Grammatik in Greibach-Normalform um. Gehen Sie dabei schrittweise nach dem Algorithmus aus der Vorlesung vor und beschreiben Sie Ihr Vorgehen.

Aufgaben zum Abgeben

Aufgabe 2: Pumpinglemma für Typ-2 Sprachen

Seien L_i Sprachen.

$$L_1 = \{a^n \mid n \text{ ist keine Quadratzahl}\}$$
$$L_2 = \left\{a^i b^j a^i \mid i \leq j\right\}$$

Zeigen Sie, dass L_i $i \in \{1, 2\}$ nicht-kontextfrei ist.

Aufgabe 3: Abschluss unter Substitution

Seien Σ, Γ Alphabete. Eine Substitution ist eine Ersetzung von Buchstaben $a \in \Sigma$ durch eine Sprache $L_a \subseteq \Gamma^*$. Formal ist eine Substitution eine Abbildung

$$\sigma \colon \Sigma^* \to \mathcal{P}(\Gamma^*), w_1 \cdots w_n \mapsto L_{w_1} \cdots L_{w_n}$$

Für eine Sprache L ist:

$$\sigma(L) = \bigcup_{w \in L} \sigma(w)$$

Im folgenden seien $\Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{c, d\}$ Alphabete sowie $L_a = \{c^*\}$, $L_b = \{d^*\}$.

Dann ist $\sigma(\{a, b, ab\}) = \{c^*\} \cup \{d^*\} \cup \{c^* d^*\}$

Zeigen Sie: Sind $L \subseteq \Sigma^*, L_i \subseteq \Gamma^*$ $i \in \Sigma$ kontextfreie Sprachen und σ eine Substitution dann ist auch $\sigma(L)$ eine kontextfreie Sprache.