

Syntaxbäume

Syntaxbäume sind eine Möglichkeit, bei Typ-2 Grammatiken die Ableitung (von Terminalwörtern) so darzustellen, dass von weniger wichtigen Aspekten – z.B. Reihenfolge inhaltlich unabhängiger Ableitungsschritte – abstrahiert wird, also nur die *wesentlichen* Aspekte der Ableitung dargestellt werden.

Diese Begriffsbildung ist nur für Typ-2 Grammatiken (und damit natürlich auch für Typ-3 Grammatiken) sinnvoll möglich. Das sollte man sich *nach der Definition* noch einmal vergegenwärtigen.

Übrigens sind auch für Typ-3 Grammatiken die Syntaxbäume kein wirklicher Gewinn – darauf kommen wir bei den Beispielen zurück.

Für die nun folgende Definition werden wir uns auf eine Typ-2 Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ beziehen.

Syntaxbaum zur Ableitung $S \Rightarrow_G w$

Die Ableitung habe die Form $S \Rightarrow y \Rightarrow y' \cdots \Rightarrow w$ mit $w \in \Sigma^*$, wobei y die Satzform $y = x_1 x_2 \dots x_r$ sei.

Der zugehörige Baum hat als Wurzel einen Knoten mit Namen S , welcher r Nachfolgeknoten mit Namen x_1 bis x_r hat.

Wenn $x_i \in \Sigma$ gilt, dann ist der Knoten x_i ein Blatt des Baums.

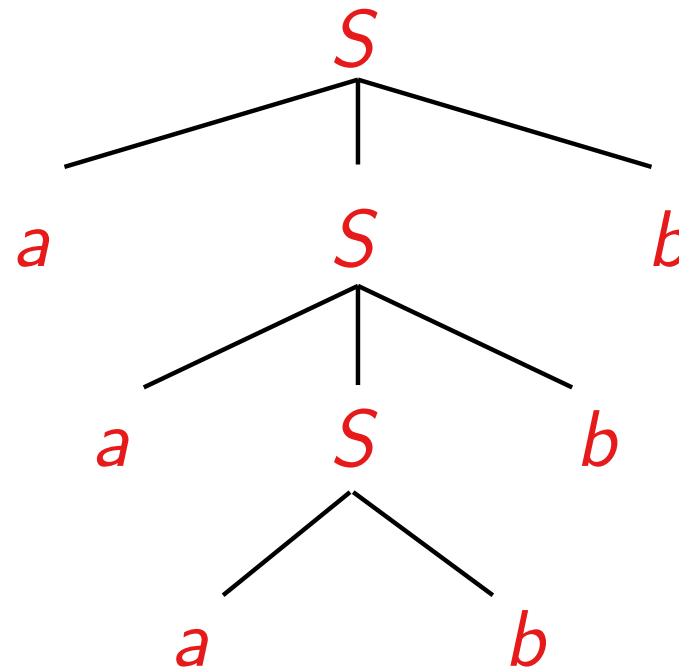
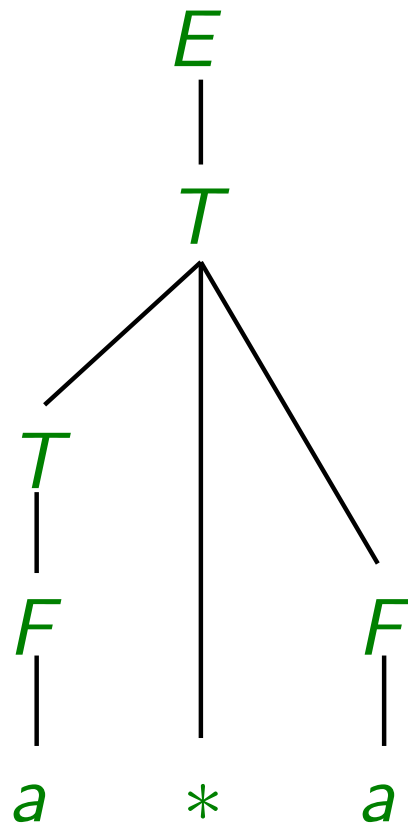
Wenn $x_i \in V$ gilt, dann beginnt bei diesem Knoten ein Teilbaum, der schrittweise genau so definiert wird, wie der erste Schritt bei S .

Das heißt: Der Ableitungsschritt, bei dem dieses x_i verändert wird, und der gemäß einer Regel $(x_i, z_1 z_2 \dots z_s)$ durchgeführt wird, erzeugt Nachfolgeknoten z_1, z_2, \dots, z_s für x_i .

Es folgen ein paar Beispiele.

Beispiele für Syntaxbäume

Wir geben zunächst zwei Beispiele für Syntaxbäume an.
Überlegen Sie sich, zu welchen Ableitungen diese gehören!



Ableitungen

G sei die Grammatik $G = (\{S, A, C, X, Y\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit:

$$P = \{(S, AX), (A, AA), (A, a), (X, bc), (X, bXc), \\ (S, YC), (C, CC), (C, c), (Y, ab), (Y, aYb)\}$$

Welche Syntaxbäume gehören zu den folgenden Ableitungen?

$$S \Rightarrow_G AX \Rightarrow_G AAX \Rightarrow_G AaX \Rightarrow_G aaX \Rightarrow_G aabXc \Rightarrow_G aabbcc$$

$$S \Rightarrow_G AX \Rightarrow_G AbXc \Rightarrow_G Abbcc \Rightarrow_G AAbbcc \Rightarrow_G Aabbcc \Rightarrow_G aabbcc$$

$$S \Rightarrow_G YC \Rightarrow_G YCC \Rightarrow_G YCc \Rightarrow_G Ycc \Rightarrow_G aYbcc \Rightarrow_G aabbcc$$

G' sei die Grammatik $G' = (\{S, B\}, \{a, b\}, P', S)$ mit:

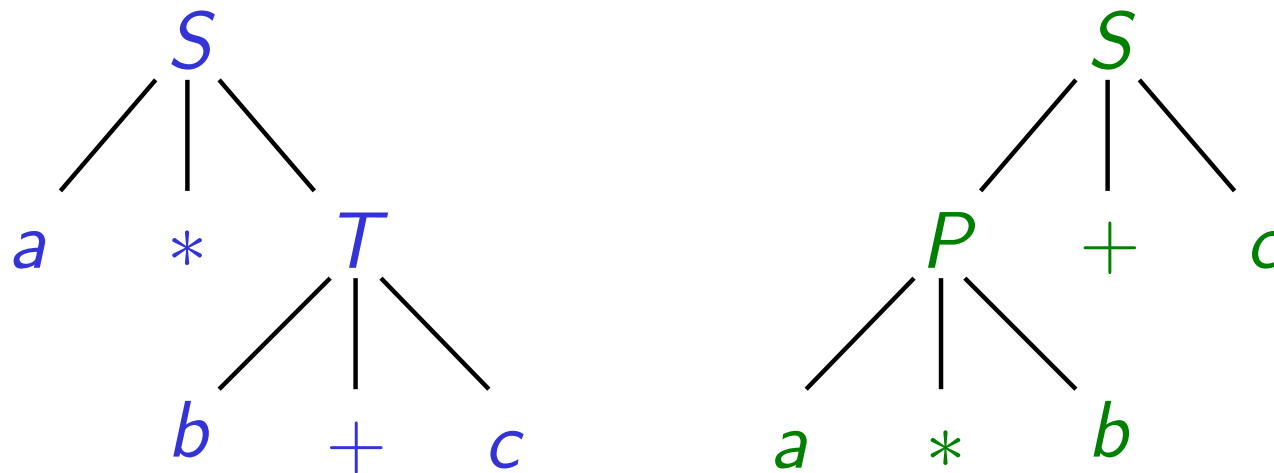
$$P' = \{(S, aB), (B, b), (B, bS)\}$$

Welcher Syntaxbaum gehört zu folgender Ableitung?

$$S \Rightarrow_{G'} aB \Rightarrow_{G'} abS \Rightarrow_{G'} abaB \Rightarrow_{G'} ababS \Rightarrow_{G'} ababaB \Rightarrow_{G'} ababab$$

Inhaltliche Aspekte in Syntaxbäumen

Betrachte die beiden folgenden Bäume:



Beide Bäume erzeugen das selbe Blattwort.

Sind auch beide gleich zu interpretieren?

Offensichtlich nicht. Der linke Baum will den Ausdruck $a * (b + c)$ darstellen, der rechte den Ausdruck $a * b + c$ bzw. $(a * b) + c$.

Linksableitungen

Wir haben gesehen, dass es mehrere Ableitungen mit dem selben Syntaxbaum geben kann. Allerdings entsteht der Unterschied nur dadurch, dass die Reihenfolge, in der entstandene Variablen weiter abgeleitet werden, beliebig zu wählen ist. Wenn man also diese Reihenfolge festlegt, gibt es nur noch eine Ableitung zu einem gegebenen Syntaxbaum.

Eine Möglichkeit ist die Festlegung, dass in der entstandenen Satzform immer die *erste*, also die am weitesten links stehende Variable als nächste weiter abzuleiten ist. Eine solche Ableitung heißt *Linksableitung*.

Linksableitungen entsprechen also 1:1 den Syntaxbäumen. Und:

$x \in \Sigma^*$ gehört zu $L(G)$ gdw. eine Linksableitung für x existiert!